

01-04 Application détaillée - Les critères de divisibilité

Un critère de divisibilité est une particularité permettant de déterminer si un entier est divisible par un autre. Pour des commodités de raisonnement, on se limite ici aux entiers de 5 chiffres.

On notera $A = \overline{a_4 a_3 a_2 a_1 a_0}$ le nombre égal à $A = a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0$.

- critère de divisibilité par 2 : $A \equiv 0 [2] \Leftrightarrow a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [2]$
 $\Leftrightarrow a_0 \equiv 0 [2]$
- critère de divisibilité par 3 : $A \equiv 0 [3] \Leftrightarrow a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [3]$
 $\Leftrightarrow 9999a_4 + a_4 + 999a_3 + a_3 + 99a_2 + a_2 + 9a_1 + a_1 + a_0 \equiv 0 [3]$
 $\Leftrightarrow a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 \equiv 0 [3]$
- critère de divisibilité par 4 : $A \equiv 0 [4] \Leftrightarrow a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [4]$
 $\Leftrightarrow a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [4]$
- critère de divisibilité par 7 : $A \equiv 0 [7] \Leftrightarrow a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [7]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) \times 10 + a_0 \equiv 0 [7]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) \times 50 + 5a_0 \equiv 0 [7]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) + 5a_0 \equiv 0 [7]$
- critère de divisibilité par 11 : $A \equiv 0 [11] \Leftrightarrow a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [11]$
 $\Leftrightarrow 9999a_4 + a_4 + 1001a_3 - a_3 + 99a_2 + a_2 + 11a_1 - a_1 + a_0 \equiv 0 [11]$
 $\Leftrightarrow a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 \equiv 0 [11]$
- critère de divisibilité par 13 : $A \equiv 0 [13] \Leftrightarrow a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [13]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) \times 10 + a_0 \equiv 0 [13]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) \times 40 + 4a_0 \equiv 0 [13]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) + 4a_0 \equiv 0 [13]$
- critère de divisibilité par 17 : $A \equiv 0 [17] \Leftrightarrow a_4 \times 10^4 + a_3 \times 10^3 + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 [17]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) \times 10 + a_0 \equiv 0 [17]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) \times 120 + 12a_0 \equiv 0 [17]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) + 12a_0 \equiv 0 [17]$
 $\Leftrightarrow (a_4 \times 10^3 + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1) - 5a_0 \equiv 0 [17]$